

# Tentamen ProgrammaCorrectheid

12 augustus 2003

09.00 – 12.00 uur

---

## ■ Opgave 1

Gegeven is de declaratie:

```
CONST  
   $n \in \text{INTEGER} ; \{n > 0\}$   
   $a \in \text{ARRAY } [0 .. n) \text{ OF } [0 .. n);$ 
```

Binnen deze context definiëren we de functie  $f$  door

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(t+1) &= a[f(t)] \quad \text{voor } t \geq 0 \end{aligned}$$

- 1. Beargumenteer dat er een waarde  $m \geq 0$  bestaat die voldoet aan  $f(m+1) \leq f(m)$ .

Bekijk nu de rest van de specificatie:

```
VAR  
   $k \in \text{INTEGER} ;$   
   $\{P : K = (\text{MIN } i : i \geq 0 \wedge f(i+1) \leq f(i) : i)\}$   
 $S;$   
   $\{Q : k = K\}$ 
```

- 2. Ontwerp een herhalingcommando  $S$  dat aan bovenstaande specificatie voldoet. Merk op dat de functie  $f$  niet in het commando voor mag komen, maar natuurlijk wel in de predikaten. Introduceer (zo nodig) extra variabelen.



lees verder

## ■ Opgave 2

Gegeven is de specificatie

**CONST**

$w \in \text{INTEGER}$  ;

$m, n \in \text{INTEGER}$  ;  $\{m \geq 0 \wedge n \geq 0\}$

$a \in \text{ARRAY}$   $[0 \dots m)$ ;  $\{a \text{ ascending}\}$

$b \in \text{ARRAY}$   $[0 \dots n)$ ;  $\{b \text{ increasing}\}$

**VAR**

$z : \text{INTEGER}$  ;

$\{P : Z = (\#i, j : 0 \leq i < m \wedge 0 \leq j < n : a[i] + b[j] = w)\}$

$T$ ;

$\{Q : z = Z\}$

- 3. Definieer een functie  $F(x, y)$  die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie.
- 4. Leid voor  $F(x, y)$  geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- 5. Geef een implementatie van het commando  $T$ . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

## ■ Opgave 3

Gegeven is de specificatie

**PROCEDURE**  $p(x, g : \text{INTEGER}$  ; **VAR**  $m, r : \text{INTEGER}$  ) ;

$\{ \text{all } X, G \in \text{INTEGER} :$

$: \text{pre } x = X \geq 1 \wedge g = G > 1$

$, \text{post } X = G^m * r \wedge r \bmod G \neq 0\}$

- 6. Bewijs, ter voorbereiding op het vervolg, dat voor  $r \geq 0$  en  $g > 1$  geldt

$$((r \text{ div } g) \bmod g = 0 \wedge r \bmod g = 0) \Rightarrow (r \bmod g^2 = 0)$$

Je kunt in het volgende onderdeel hiervan gebruik maken, ook als het je niet is gelukt dit bewijs rond te krijgen.

- 7. Geef een (recursieve) implementatie voor de procedure  $p$ . Neem in de body van de procedure een aanroep  $p(x, g * g, m, r)$ ; op. Bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daarbij expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting.



einde